

## Esempio numerico: CARRELLO

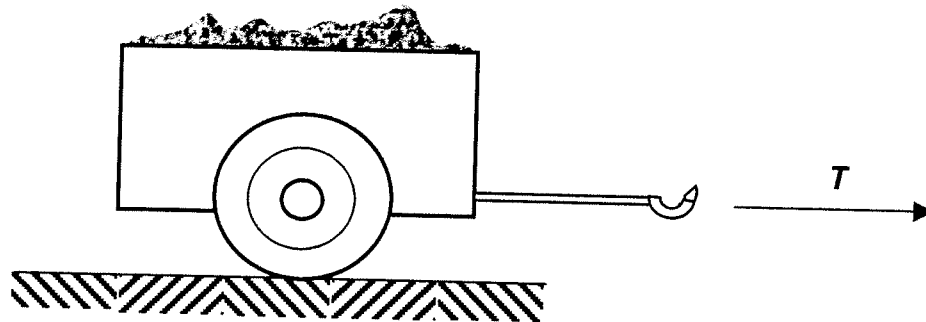
Un piccolo carrello è costituito da un telaio di massa  $m_t = 46$  kg e da due ruote di raggio  $R = 150$  mm, ciascuna di massa  $m_r = 4.5$  kg e con momento d'inerzia  $J_r = 0.08$  kg·m<sup>2</sup> rispetto al proprio asse. Quanto vale l'energia cinetica totale quando il carrello avanza di moto rettilineo alla velocità costante  $v = 32$  km/ora?

La velocità angolare delle ruote è:

$$\Omega = \frac{v}{R} = \frac{32000}{3600 \times 0.15} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1} \approx 59.3 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1},$$

e l'energia cinetica totale è:

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2} \cdot (m_t + 2 \cdot m_r) \cdot v^2 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot J_r \cdot \Omega^2 \\ &= \frac{1}{2} \times (46 + 2 \times 4.5) \times \left( \frac{32000}{3600} \right)^2 + \frac{1}{2} \times 2 \times 0.08 \times 59.3^2 \text{ J} = 2454 \text{ J}. \end{aligned}$$



## Esempio numerico: PARTENZA DA FERMO

Il carrello dell'esempio precedente parte da fermo con l'accelerazione  $a = 1.6$  m/s<sup>2</sup>. Quanto vale la forza  $T$  esercitata sul gancio di traino?

La forza  $T$  deve fornire l'accelerazione indicata, equilibrando tutte le azioni d'inerzia. Pertanto:

$$T = \left( m_t + 2 \cdot m_r + 2 \cdot \frac{J_r}{R^2} \right) \cdot a = \left( 46 + 2 \times 4.5 + 2 \times \frac{0.08}{0.15^2} \right) \times 1.6 \text{ N} \approx 99.4 \text{ N}.$$

## Esempio numerico: GRU

L'argano di una gru è dimensionato per sollevare una massa  $m = 8000$  kg con il seguente andamento della velocità: da  $v_i = 0$  a  $v_f = 0.6$  m/s in  $t_a = 0.3$  s;  $v_s = v_f = 0.6$  m/s durante il sollevamento; da 0.6 a 0 m/s in 1.2 s durante l'arresto. La fune di sollevamento si avvolge su un tamburo di diametro  $D = 600$  mm, mosso da un motore elettrico con velocità nominale  $n = 960$  rpm; per il rendimento della trasmissione, dal gancio al motore, si assume il valore  $\eta = 0.7$ . Si assuma l'accelerazione costante durante i transitori.

Trascurando il peso proprio della fune, calcolare:

1. lo sforzo massimo di trazione  $T_{max}$  nella fune;
2. la coppia  $M_{Ta}$  esercitata sul tamburo all'avviamento;
3. la velocità angolare  $\Omega_t$  del tamburo durante la fase di sollevamento a 0.6 m/s;
4. il rapporto di trasmissione  $\tau$  del riduttore interposto fra il motore e il tamburo dell'argano;
5. la potenza nominale minima  $P_m$  del motore e la coppia  $M_m$  sviluppata durante il sollevamento a  $v_s = 0.6$  m/s;
6. la coppia  $M_{ma}$  richiesta al motore all'avviamento;
7. l'energia cinetica  $E_c$  acquistata dal carico e l'energia  $E_m$  fornita dal motore durante l'avviamento.

1. L'accelerazione durante l'avviamento vale:

$$a = \frac{v_f - v_i}{t_a} = \frac{0.6 - 0}{0.3} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} = 2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2},$$

pertanto lo sforzo massimo di trazione nella fune è:

$$T_{max} = m \cdot (g + a) = 8000 \times (9.81 + 2.0) \text{ N} = 94480 \text{ N}.$$

2. Il momento da esercitare sul tamburo durante l'avviamento è:

$$M_{Ta} = T_{max} \cdot \frac{D}{2} = 94480 \times \frac{0.6}{2} \text{ N} \cdot \text{m} = 28344 \text{ N} \cdot \text{m}.$$

3. La velocità angolare del tamburo durante la fase di sollevamento a 0.6 m/s è:

$$\Omega_t = \frac{2 \cdot v_s}{D_t} = \frac{2 \times 0.6}{0.6} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1} = 2 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}.$$

4. Il rapporto fra la velocità angolare del tamburo e quella del motore è:

$$\tau = \frac{\Omega_t}{\Omega_m} = \frac{\Omega_t \cdot 60}{2 \cdot \pi \cdot n} = \frac{2 \times 60}{2 \times \pi \times 960} = \frac{1}{50.27} \approx \frac{1}{50}.$$

5. La potenza  $P_m$  richiesta al motore durante la fase di sollevamento a 0.6 m/s è:

$$P_m = \frac{m \cdot g \cdot v_s}{\eta} = \frac{8000 \times 9.81 \times 0.6}{0.7} \text{ W} = 67268 \text{ W} \approx 68 \text{ kW},$$

e la coppia  $M_m$  sviluppata dal motore vale:

$$M_m = \frac{P_m \cdot 60}{2 \cdot \pi \cdot n_m} = \frac{67268 \times 60}{2 \times \pi \times 960} \text{ N} \cdot \text{m} = 669 \text{ N} \cdot \text{m}.$$

6. La coppia richiesta al motore all'avviamento è:

$$M_{ma} = \frac{M_{Ta} \cdot \tau}{\eta} = \frac{28344}{50 \times 0.7} \text{ N} \cdot \text{m} \approx 810 \text{ N} \cdot \text{m}.$$

7. L'energia cinetica acquistata dal carico è:

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_s^2 = \frac{1}{2} \times 8000 \times 0.6^2 \text{ J} = 1440 \text{ J},$$

mentre quella fornita dal motore è:

$$E_m = \frac{E_c}{\eta} = \frac{1440}{0.7} \text{ J} = 2057 \text{ J}.$$